1.a) Na produção unitária de **P1**, **P2** e **P3** são utilizadas 3, 2 e 1 hora máquina, respetivamente, não se podendo exceder as 300 horas máquinas disponíveis por mês.

1.b) $(x_1, x_2, x_3) = (0{,}120{,}60)$; $x_4 = |300 - 300| = 0$; $x_5 = |180 - 100| = 80$; $x_6 = |0 - 0| = 0$. Mensalmente devem produzir-se apenas os produtos **P2** e **P3**, nas quantidades de 120 (x_2) e de 60 (x_3) unidades, respetivamente. A capacidade mensal é totalmente utilizada, não sobrando horas máquinas ($x_4 = 0$). São produzidas mais 80 ($x_5 = 80$) unidades dos 3 produtos que o mínimo pretendido. A relação estratégica estabelecida é verificada na igualdade ($x_6 = 0$).

1.c) Dual: $\text{Min } W = 300y_1 + 100y_2$

$$\text{s.a:}\begin{cases} 3y_1 + y_2 \geq 10 \\ 2y_1 + y_2 + y_3 \geq 12 \\ y_1 + y_2 - 2y_3 \geq 8 \\ y_1 \geq 0;\ \ y_2, y_3 \leq 0 \end{cases}$$

1.d) Solver: $y_1 = 6.4$. Pelas relações de complementaridade: $x_5 \neq 0 \Rightarrow\ y_2 = 0$; $x_2 \neq 0 \Rightarrow\ y_5 = 0$; $x_3 \neq 0 \Rightarrow\ y_6 = 0$;. Logo, da 2ª restrição dual: $2 \times 6.4 + 0 + y_3 = 12 \Leftrightarrow y_3 = -0.8$. $y_1 = 6.4$ representa a valorização da hora máquina, i.e., por cada h.m. disponibilizada a mais (a menos) mensalmente o lucro total aumenta (diminui) 6.4 u.m., enquanto a base ótima se mantiver.

1.e) O lucro pode aumentar indefinidamente pois $y_1 = 6.4$ enquanto $\Delta b_1 \in [-133.333;\ +\infty)$. Assim, a uma capacidade ilimitada corresponderia um lucro ilimitado.

1.f) $\Delta c_2 = -0.25 \times 12 = -3 \in [-7.667;\ +4] \Rightarrow \Delta Z = -3x_2 = -360$.
$\Delta c_3 = -0.25 \times 8 = -2 \in [-2;\ +\infty) \Rightarrow \Delta Z = -2x_3 = -120$. Logo, diminuiria o lucro de **P3**, com menor impacto no lucro total.

1.g) Definem-se as variáveis binárias $y_j = 1$ sse o produto **Pj** (j=1,2,3) é produzido, uma constante suficientemente grande, M, e altera-se/acrescenta-se o modelo:

$$\text{Max Z} = 10x_1 + 12x_2 + 8x_3 - 50y_1 - 100y_2 - 220y_3$$

$$\text{s.a:}\begin{cases} \text{restrições iniciais} \\ y_1 + y_2 + y_3 = 1 \\ x_j \leqq My_j\ \ j = 1{,}2{,}3 \\ y_j \in \{0{,}1\}\ \ j = 1{,}2{,}3 \end{cases}$$

1.h)

h.1) $\text{Max Z} = 10x_1 + 12x_2 + 8x_3$

$$\text{s.a:}\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 300 \\ x_2 - 2x_3 - x_5 = 0 \\ x_j \geq 0 \quad j = 1{,}2{,}3{,}4{,}5 \end{cases}$$

h.2) Multiplicando a 2ª restrição por (-1). CE: $\text{Min}\{-10;\ -12;\ -8\} = -12\ \to x_2$; CS: $\text{Min}\left\{\frac{300}{2}\right\} \to x_4$.

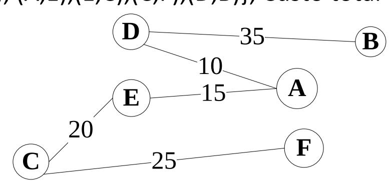
	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	TI
Z	1	-10	-12	-8	0	0	0
x_4	0	3	2	1	1	0	300
x_5	0	0	-1	2	0	1	0
Z	1	8	0	-2	6	0	1800
x_2	0	3/2	1	1/2	1/2	0	150
x_5	0	3/2	0	5/2	½	1	150

A solução é $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (0{,}150{,}0{,}0{,}150)$ é básica admissível e não ótima, porque...

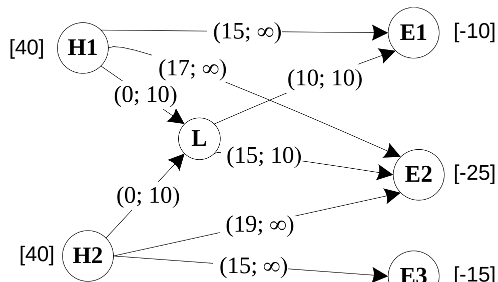
2. Algoritmo de Prim, para o Problema da Árvore Geradora Mínima.

Iteração	Nodos na árvore	Nodo adjacente mais perto e ∉ árvore	Distância	Aresta a incluir na árvore
1	A	D	10*	(A,D)
2	A	E	15*	(A,E)
	D	E	20	
3	A	F	40	
	D	C	30	
	E	C	20*	(E,C)
4	A	F	40	
	D	B	35	
	E	F	40	
	C	F	25*	(C,F)
5	A	B	50	
	D	B	35*	(D,B)
	F	B	45	

Árvore Geradora Mínima={(A,D), (A,E),(E,C),(C,F),(D,B)}; Custo total da AGM = 105.



3.a) Problema do fluxo de custo mínimo com origens H1, H2, vértice intermédio L e destinos E1, E2 e E3. Sobre os arcos encontra-se o tempo unitário (min) e a capacidade (c_{ij}, u_{ij}). As ligações que fariam exceder os 20 minutos impostos não se consideram. O problema está desequilibrado, pois tem 80 unidades de oferta e 50 de procura. Ao resolver o problema de fluxo de custo mínimo identifica-se o número de equipas a localizar em cada ponto, H1, H2 e L, de forma a minimizar o tempo total no apoio aos estádios. Caso, por exemplo, o arco (H1,L) tenha 10 unidades de fluxo na solução, significa que 10 das equipas de H1 devem ser previamente colocadas em L, ficando em H1 30 equipas.



3.b) Solução admissível na rede: 10 equipas de H1 servem E1 (H1, E1) e 25 servem E2 (H1,E2); 15 equipas de H2 servem E3 (H2,E3). Não sendo necessárias as restantes equipas e L não é utilizado nesta solução. Logo, são colocadas 35 equipas em H1, 15 em H2 e nenhuma em L.